文章编号：1671-0576(2020)01-0029-04

基于正则相关矩阵的信源数快速估计方法

郑巧珍， 成思文， 薛心竹， 周 栋

（上海无线电设备研究所，上海 201109）

摘 要：针对阵列雷达的信源数快速估计问题，提出了一种基于正则相关矩阵的信源数快速估计方法。该方法将阵列雷达的接收通道划分为两个分离的二级子阵，利用此二级子阵的接收信号构造正则相关矩阵，并得到该矩阵的正则相关因子，根据虚警概率选定相关因子门限，超过门限的相关因子个数即为信源数。仿真结果表明：该方法在降低运算量、提高实时性的同时，避免了噪声统计特性假设失配带来的判决失效问题，具有较强的环境适应性。

关键词：谱估计；信源数；二级子阵；正则相关

中图分类号：TN911.72 **文献标志码**：A

DOI：10.3969/j.issn.1671-0576.2020.01.006

A Signal Source Number Fast Estimation Method Based on Canonical Correlation Matrix

ZHENG Qiao-zhen， *CHENG Si-wen*， *XUE Xin-zhu*， *ZHOU Dong*

（Shanghai Radio Equipment Research Institute，Shanghai 201109，China）

Abstract：Aiming at the problem of fast estimation of array radar signal source number，a method based on canonical correlation matrix is proposed. The receiver channels of array radar are divided into two separated secondary subarrays. The canonical correlation matrix is constructed by using the received signals of the two separated subarrays，and the correlation factors are obtained. The signal source number is equal to the number of correlation factor exceeding the threshold. The threshold can be obtained according to the false alarm probability. The results show that the mothed improves the real-time performance，and reduces the amount of computation. The environmental adaptability is improved by avoiding the judgment failure due to the hypothesis mismatch of noise statistical characteristics.

Key words：spectrum estimation；signal source number；secondary subarray；canonical correlation

收稿日期：2019-12-11

作者简介：郑巧珍(1988—)，女，硕士，工程师，主要从事雷达信号处理技术研究。E-mail：qzzheng_xidian@163.com

0 引言

现代战争的电磁作战环境日益复杂，目标及干扰的类型与数目越来越多，对雷达的空间分辨能力及抗干扰能力提出了新的挑战。因此，要求雷达天线必须有足够大的口径、辐射功率以及空间自由度，这些都促使阵列天线朝着大型化发展。对于大型阵列天线，若采用阵元级信号处理系统，一方面，需要架构复杂且体积庞大的硬件设施；另一方面，阵列处理技术的时间复杂度高，在体积、重量、处理能力受限的弹载平台难以实现。因此采用基于子阵的阵列雷达技术，在降低系统复杂度和成本的同时，保留了目标空域维信息，降低了阵列信号数据的维数，为阵列信号处理技术的应用提供了基础。

在阵列信号处理技术中，空间谱估计技术作为其中一个重要研究方向，在雷达、通信、声呐等众多领域皆有广阔的应用前景。空间谱估计技术的重要分支——波达方向估计（即目标入射角估计）日趋成熟。最初的波达方向估计是基于假设检验的[1-3]，即需事先主观设定目标个数才可完成目标波达方向估计。为了避免这种主观性，在噪声统计特性已知的前提下，提出了基于信息论的方法，其典型代表是Akaike提出的赤池信息量准则（Akaike's Information Criterion，AIC）方法[4]和Wax等提出的最小描述长度（Minimum Description Length，MDL）方法[5]。信息论方法虽解决了门限值选定的主观性问题，但一方面，带来了噪声统计特性的先验问题，噪声统计特性假设失配将带来判决失效[6]；另一方面，信息论方法涉及相关矩阵的特征值分解，运算量较大。针对这一问题，Wu和Chen提出了一种不需要知道具体特征值的信号源数估计方法——盖氏圆（Gerschgorin Disks Estimator，GDE）方法[7-8]。但盖氏圆方法需要对分块矩阵进行特征值分解，而分块矩阵的维度仅比全维矩阵的维度少1，对信息论方法复杂度的改善并不明显。近年来，学者针对各应用条件，相继提出了基于以上方法的改进方法。如侯云山等提出了一种低信噪比下的信号源数检测新方法[9]，但该方法需要利用波束形成器在空间做预扫描，在弹载平台难以满足实时性要求。综上所述，亟需研究一种实时性高、环境适应性强的信源数估计方法，以满足阵列雷达的波达方向估计要求。

1 信号模型

假设空间有 S 个窄带目标信号，对于 N 元面阵，t 时刻阵列接收信号矢量

$$\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{B}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}(\theta_1,\varphi_1),\boldsymbol{a}(\theta_2,\varphi_2),\cdots,\boldsymbol{a}(\theta_S,\varphi_S)] \tag{2}$$

$$\boldsymbol{a}(\theta_i,\varphi_i)=\exp[\mathrm{j}2\pi(\delta_x\sin\theta_i\cos\varphi_i+\delta_y\sin\varphi_i)/\lambda] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{B}(t)=[b_1(t),b_2(t),\cdots,b_S(t)]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{X}(t)$ 为 $N\times1$ 维接收信号矢量；$\boldsymbol{A}$ 为阵列导向矢量矩阵，其维数是 $N\times S$；$\boldsymbol{a}(\theta_i,\varphi_i)$ 为第 i 个目标的阵元级导向矢量，θ_i，φ_i 分别为第 i 个目标的入射方位角和俯仰角；δ_x，δ_y 分别为方位维和俯仰维阵元间距；λ 为波长；$\boldsymbol{B}(t)$ 为目标信号的复包络矢量，其维数是 $S\times1$；$b_i(t)$ 为第 i 个目标信号的复包络，$i\in[1,S]$；$\boldsymbol{N}(t)$ 为 $N\times1$ 维阵列接收的噪声矢量。阵面接收信号自相关矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{X}(t)\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}(t) \tag{5}$$

式中：H 表示共轭转置。将 N 元面阵划分为 M 个子阵，则子阵级接收信号矢量可表示为

$$\widetilde{\boldsymbol{X}}(t)=\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{X}(t) \tag{6}$$

式中：$\widetilde{\boldsymbol{X}}(t)$ 维数是 $M\times1$；$\boldsymbol{T}$ 为 $N\times M$ 维降秩矩阵。则子阵级自相关矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{T}$，其维数是 $M\times M$；第 i 个目标的子阵级导向矢量 $\tilde{\boldsymbol{a}}(\theta_i)=\boldsymbol{T}^{\mathrm{H}}a(\theta_i)$，其维数是 $M\times1$。信号处理中，子阵级自相关矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{R}}$ 可通过有限次快拍数据的时间平均 $\hat{\boldsymbol{R}}$ 估计得到的，即

$$\widetilde{\boldsymbol{R}}\approx\hat{\boldsymbol{R}}=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\widetilde{\boldsymbol{X}}(t_k)\widetilde{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}}(t_k) \tag{7}$$

式中：L 为快拍数；$\widetilde{\boldsymbol{X}}(t_k)$ 为 $\widetilde{\boldsymbol{X}}(t)$ 在 t_k 时刻的取值。

2 信源数快速估计

多重信号分类（Multiple Signal Classification

Algorithm，MUSIC）算法是 Schmidtz 在 1979 年提出的。该算法的基本思想是将空间分为信号子空间和噪声子空间，通过构造阵列协方差矩阵并进行特征值分解，得到特征值及特征矢量矩阵。其中大特征值及对应的特征矢量为信号因子和信号子空间，反之为噪声因子及噪声子空间。在窄带信号系统中，当信噪比趋于无穷大且快拍数远大于入射信源个数时，信号因子趋于 1，噪声因子趋于 0[10]。因此，统计特征值中趋于 1 的因子个数，即可得到信源数。实际应用中，信噪比及快拍数受限，因此信号因子与噪声因子无法明显区分，可根据虚警概率选定合适的门限值，采用 MUSIC 算法，可以得到信源数的估计值。

本文提出的基于正则相关矩阵的信源数快速估计方法，对雷达天线面阵进行二级子阵划分：第一级采用无重叠子阵划分方法，通过模拟功率合成，形成多个子阵级接收通道，降低系统硬件复杂度的同时降低阵列信号数据的维数；第二级采用正则子阵划分方法，对第一级子阵进行二次划分，按照轴对称等分为两个非重叠二级子阵。利用两个二级子阵接收的信号构建正则相关矩阵，并对正则相关矩阵进行特征值分解，得到该矩阵的特征值，该特征值也称作正则相关因子。

假设含 M 个接收通道的阵列雷达，两个二级子阵为子阵 A 和子阵 B。子阵划分方式如图 1 所示。图中，$r=(M/2)$。

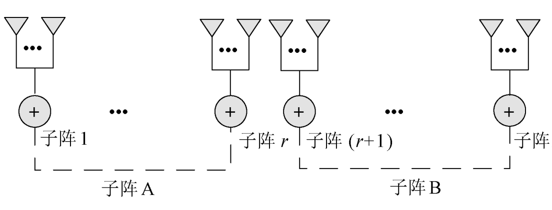

图 1　子阵划分示意图

第一级子阵的接收信号矢量为

$$\widetilde{\boldsymbol{X}}(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_M(t)]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

式中：“T”表示转置；$x_i(t)$ 为第 i 个接收机通道输出的信号。

第二级子阵的接收信号矢量为

$$\begin{cases}X_{\mathrm{A}}(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_r(t)]^{\mathrm{T}}\\ X_{\mathrm{B}}(t)=[x_{r+1}(t),x_{r+2}(t),\cdots,x_M(t)]^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{9}$$

则第一级子阵的自相关矩阵 $\widetilde{\boldsymbol{R}}$ 可表示为

$$\widetilde{\boldsymbol{R}}=\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{AA}} & \widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{AB}}\\ \widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{BA}} & \widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{BB}}\end{bmatrix} \tag{10}$$

式中：$\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{AA}}$、$\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{BB}}$ 分别为两个二级子阵的自相关矩阵，维数均为 $r\times r$；$\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{AB}}$，$\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{BA}}$ 为两个二级子阵的互相关矩阵，维数均为 $r\times r$。令分析矩阵[8]为

$$\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}=\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{AA}}^{-1/2}\,\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{AB}}\,(\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{BB}}^{-1/2})^{\mathrm{H}} \tag{11}$$

式中：$\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}$ 为 $r\times r$ 维方阵。对 $\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}$ 进行特征值分解，得到该矩阵的 r 个特征值满足

$$1\geqslant\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_r\geqslant 0 \tag{12}$$

特征值 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,r)$ 为子阵 A 与子阵 B 接收信号的正则相关因子。当噪声满足高斯分布时，特征值 λ_i 满足 Bartlett 近似，定义序列

$$c(n)=-[2L-(M+1)]\sum_{i=n+1}^{M/2}\ln(1-\lambda_i{}^2) \tag{13}$$

式中：n 为序列变量，$n\in[1,r-1]$。$c(n)$ 近似服从自由度为 $m(n)$ 的卡方(χ^2) 分布，$m(n)=2(r-n)^2$。

对于 χ^2 分布，设 $T(n)$ 为相关因子门限，虚警概率 P_{f} 与积分区间$[T(n),\infty)$的对应关系为

$$P_{\mathrm{f}}=\int_{T(n)}^{\infty}\frac{1}{2^{\frac{m(n)}{2}}\Gamma\left[\frac{m(n)}{2}\right]}y^{\frac{m(n)-2}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{y}{2}}\mathrm{d}y \tag{14}$$

其中

$$\Gamma\left[\frac{m(n)}{2}\right]=\int_0^{+\infty}t^{\frac{m(n)}{2}-1}\mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t \tag{15}$$

对于任意一个 n，可得到对应的 $m(n)$ 和 $c(n)$；根据 $m(n)$ 和设定的 P_{f}，可得到 $T(n)$；对比 $c(n)$ 和 $T(n)$，当 $c(n)\geqslant T(n)$ 时，信源估计个数满足设定的虚警概率，此时的 n 即为所估计的信源数。

本文假设噪声服从高斯分布，高斯随机变量的平方服从卡方分布。若噪声不服从高斯分布，可根据实际分布特性得到概率密度函数。文中方法对噪声功率密度函数不做要求，因此适用于白噪声和色噪声，具有更强的环境适应性。

本文方法对 $\widetilde{\boldsymbol{\Psi}}$ 进行特征值分解的时间复杂度为 $o(M^3/8)$；AIC 方法、MDL 方法的时间复杂度为 $o(M^3)$；GDE 方法的时间复杂度为 $o((M-1)^3)$。因此，本文方法有效缩短了信源数估计时间。从式(11)可以看出，信源数的取值范围在 0 和 $(r-1)$ 之间，这是由于本文方法将子

阵做了二级划分，自由度减小，可分辨目标个数随之减少。

3　仿真结果

通过仿真比较本文方法、AIC 法、MDL 法、GDE 法的性能。假设某相控阵雷达导引头天线阵采用方形面阵，阵元数为 12×12，行间距和列间距均为半波长。阵面划分为 16 个一级子阵，每个子阵均为阵元数为 9 的方阵。阵面按水平轴对称划分为上下 2 个二级子阵，每个二级子阵内含 8 个一级子阵。二级子阵划分后，俯仰维自由度由 4 降为 2，俯仰维可分辨目标数降为 1。仿真中 3 个目标俯仰角都设为 0°，主波束指向(0°,0°)，信号源数为 3，入射信号俯仰角均为 0°，方位角分别为 −4°,1°,5°，虚警概率为 0.001，独立试验次数 100 次。高斯白噪声协方差矩阵为单位矩阵。高斯色噪声协方差矩阵为三对角矩阵，其中主对角线值为 1，高低对角线值为 0.2。

图 2 为高斯白噪声背景下，各方法检测成功概率随信噪比变化曲线图。从图中可以看出，在白噪声情况下，本文方法与 AIC 法性能相当，优于 MDL 法和 GDE 法。

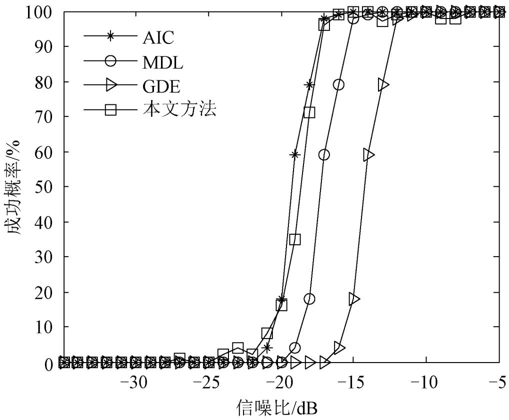

图 2　高斯白噪声下，检测成功概率随信噪比变化曲线图

图 3 为高斯色噪声背景下，各方法检测成功概率随信噪比变化曲线图。从图中可以看出：在色噪声背景下，由于噪声统计特性与信息论方法的先验信息——白噪声不匹配，AIC 法和 MDL 法失效；在低信噪比情况下，本文方法估计性能优于 GDE 方法。综上所述，本文方法具有较好的估计性能及环境适应性。

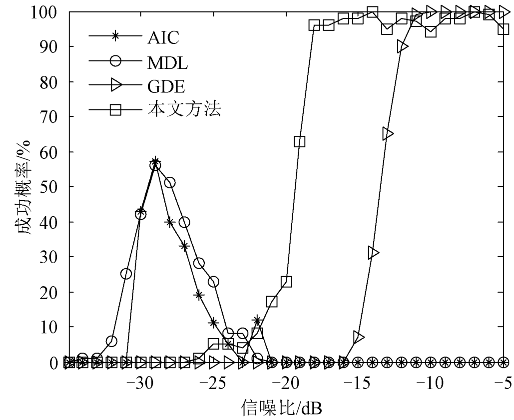

图 3　高斯色噪声下，检测成功概率随信噪比变化曲线图

4　结束语

本文提出一种基于正则相关矩阵的信源数快速估计方法。该方法将阵列雷达的接收通道划分为子阵数相等的两个二级子阵，利用这两个二级子阵的接收信号构建正则相关矩阵，并得到两个二级子阵接收信号的正则相关因子。正则相关因子由信号因子和噪声因子两部分组成，大相关因子个数为信源数。利用这一特性，选定相关因子门限，即可得到信源个数。仿真试验验证了方法的有效性。该方法易于工程实现，时间复杂度仅为基于信息论的 AIC 方法和 MDL 方法的八分之一。但由于本文方法将子阵做了二级划分，降低了可分辨目标个数。

参考文献

[1] BARTLETT M S. A note on the multiplying factors for various approximations[J]. Journal of Royal Statistical Society, 1954, 16(4): 296-298.

[2] LAWLEY D N. Tests of significance of the latent roots of the covariance and correlation matrices[J]. Biometrika, 1956, 43(3): 128-136.

[3] ANDERSON T W. Asymptotic theory for principal component analysis[J]. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 1963, 34(2): 122-148.

[4] AKAIKE H. A new look at the statistical model identification[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6): 716-723.

(下转第 37 页)