

文章编号: 1671-0576(2025)02-0001-05

权系数幅度动态约束下的二阶锥规划波束优化方法

马 超, 王 鹏, 辛增献, 李毓琦, 唐 超

(上海无线电设备研究所, 上海 201109)

摘 要: 针对收发(transceiver, TR)组件可调衰减范围约束导致阵元级模拟加权波束优化性能受限的问题,提出了一种权系数幅度动态约束下的二阶锥规划波束优化方法。该方法在窄带波束优化统一形式基础上,增加权系数幅度动态约束,对阵列天线阵元权系数进行优化求解。经仿真验证:在主瓣响应误差最小、稳健性最优等多种优化条件下,该方法均能得到适应 TR 组件可调衰减范围的波束优化权系数,具有较好的工程应用价值。

关键词: 权系数; 幅度动态约束; 二阶锥规划; 波束优化

中图分类号: TN958.92

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1671-0576.2025.02.001

Second-order Cone Programming Beamforming Optimization Method with Dynamic Constraints on Weight Coefficient Amplitudes

MA Chao, WANG Peng, XIN Zengxian, LI Yuqi, TANG Chao

(Shanghai Radio Equipment Research Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: To address the performance limitation of element-level analog weighting-based beamforming imposed by the adjustable attenuation range constraints of transceiver (TR) components, a second-order cone programming (SOCP) beamforming optimization method with dynamic constraints on weight coefficient amplitudes was proposed. Building upon a unified narrowband beamforming optimization framework, the proposed method incorporated dynamic constraints on weight coefficient amplitudes to optimize the antenna array element weights. Simulation results demonstrate that under various optimization criteria, including minimum mainlobe response error and optimal robustness, the proposed method effectively generates beamforming weight coefficients that comply with the adjustable attenuation ranges of TR components, demonstrating significant practical engineering value.

Key words: weight coefficient; amplitude dynamic constraint; second-order cone programming (SOCP); beamforming optimization

收稿日期: 2024-09-30

基金项目: 上海市协同创新项目(XTCX-KJ-2023-2-04)

作者简介: 马 超,男,硕士,研究员。

0 引言

基于波束优化技术可以构建出满足特定要求的雷达相控阵天线波束。利用波束的空间角度增益响应特性对干扰进行空域滤波,能够有效提升相控阵雷达的空域抗干扰能力。相控阵天线波束加权是实现其波束优化的核心。相控阵天线波束加权的实现方式通常分为数字加权和模拟加权两种,两种加权的工程实现方式对权系数幅度动态范围的要求存在较大差异。

数字加权是指对数字化后的阵元级或子阵级信号进行加权,其权系数幅度动态范围取决于数字量化处理的范围和精度,该加权方式具有大动态、高精度的特点。但受限于成本、体积和散热等因素,全数字阵列在短期内难以工程实现,所以数字加权通常在子阵级进行。在进行子阵级数字加权时,子阵内的阵元通常共用一组权系数,这会导致加权的空域自由度损失,同时波束优化性能也将受到较大限制。

模拟加权是指利用相控阵收发(transceiver, TR)组件中的模拟可调衰减器和移相器进行幅相加权,该加权方式的优势是可以对每个阵元进行单独加权,其权系数幅度的动态范围受 TR 组件中模拟衰减器可调范围的限制。阵元级加权的空域自由度较子阵级加权的高 2~3 个数量级。因此,采用阵元级模拟加权方式进行波束优化,其权系数的空域自由度具有明显优势。

二阶锥规划(second-order cone programming, SOCP)是一种特殊类型的凸优化^[1]问题。文献[2]借鉴 SOCP 方法进行波束优化设计,兼顾了主瓣响应、旁瓣电平、旁瓣零陷、稳健性等多个波束性能指标,形成了统一的窄带波束优化形式。文献[3]采用 SOCP 方法进行发射波束低旁瓣设计,改善了雷达的低小慢目标探测性能。文献[4]利用 SOCP 方法求解得到了矢量线阵自适应空域滤波器,提升了矢量线列阵声呐对远距离目标的被动探测性能。文献[5]针对节拍延迟线(tapped delay line, TDL)结构和复数加权系数的宽带平面阵,提出了基于空间响应偏差(spatial response variation, SRV)约束的非自适应和自适应频率不变波束形成器(frequency

invariant beamformer, FIB)设计方法,将 FIB 的设计问题转化为标准 SOCP 问题,并采用内点方法进行有效求解。文献[6-7]分别基于 SOCP 方法在雷达干扰宽带数字波束形成和抗阵列流形误差的稳健低旁瓣波束形成等方面开展应用验证。

针对阵元级模拟加权的波束优化性能受 TR 组件可调衰减范围限制的问题,本文提出一种权系数幅度动态约束下的二阶锥规划波束优化方法。该方法在窄带波束优化统一形式的基础上,增加权系数幅度动态约束条件,对阵列天线阵元权系数进行优化求解,并进行仿真实例验证。

1 算法应用模型

设二维平面相控阵天线的阵列流形向量为 $\mathbf{a}(\theta, \phi)$, 其中 θ, ϕ 为平面波入射信号的方位角和俯仰角,则该二维阵列天线的波束响应函数

$$\mathbf{p}(\theta, \phi) = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{a}(\theta, \phi) \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}$ 为阵元权向量; H 为矩阵共轭转置运算符。

波束优化的目的就是在空间波束区域 Θ 内求解权向量 $\boldsymbol{\omega}$, 使优化后的波束响应 $\mathbf{p}(\theta, \phi)$ 与期望的波束响应 $\mathbf{p}_d(\theta, \phi)$ 一致。定义波束主瓣区域和旁瓣区域为 Θ_{ML}, Θ_{SL} , 则主瓣波束响应 $\mathbf{p}_{ML}(\theta, \phi)$ 和旁瓣波束响应 $\mathbf{p}_{SL}(\theta, \phi)$ 可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{p}_{ML}(\theta, \phi) = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{a}(\theta, \phi), (\theta, \phi) \in \Theta_{ML} \\ \mathbf{p}_{SL}(\theta, \phi) = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{a}(\theta, \phi), (\theta, \phi) \in \Theta_{SL} \end{cases} \quad (2)$$

将优化波束与期望波束的主瓣响应误差、最大旁瓣电平、阵元权系数的稳健性作为约束条件,同时增加阵元权系数幅度动态范围约束,构造多约束下的波束优化问题。该优化问题的表达式为

$$\begin{aligned} & \min_{\boldsymbol{\omega}} \mu_j, \quad j = 1, 2, 3, \\ & \text{s. t. } \|\mathbf{p}(\Theta_{ML}) - \mathbf{p}_d(\Theta_{ML})\|_2 \leq \mu_1, \\ & \quad \|\mathbf{p}(\Theta_{SL})\|_{\infty} \leq \mu_2, \quad \|\boldsymbol{\omega}\|_2 \leq \mu_3, \\ & \quad \min(\boldsymbol{\omega}) \geq V_{\min}, \quad \max(\boldsymbol{\omega}) \leq V_{\max} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\min(\cdot), \max(\cdot)$ 为最小值和最大值的取值函数; μ_j 为优化问题的约束值,其中 μ_1 为主瓣响应误差约束值, μ_2 为最大旁瓣电平约束值, μ_3 为波束权向量的范数约束值; $\|\cdot\|_2$ 为向量的 2 范数运算符; $\|\cdot\|_{\infty}$ 为向量的最大范数运算符; V_{\max}, V_{\min} 为权系数幅度的上下限约束阈值。在具体优化过程中,可以先固定两个约束项的约束值,再将另一个约束项设置为优化目标。

$\| \mathbf{p}(\Theta_{ML}) - \mathbf{p}_d(\Theta_{ML}) \|_2 \leq \mu_1$ 表征优化波束的主瓣响应以最小均方准则逼近期望波束的主瓣响应; $\| \mathbf{p}(\Theta_{SL}) \|_\infty \leq \mu_2$ 表征最大旁瓣电平约束; $\| \boldsymbol{\omega} \|_2 \leq \mu_3$ 表征权向量的范数约束,范数越小,波束形成器的稳健性越高; $\min(\boldsymbol{\omega}) \geq V_{\min}, \max(\boldsymbol{\omega}) \leq V_{\max}$ 表征权系数幅度的动态范围约束,权系数的动态范围应不大于阵列天线 TR 组件的可调增益动态范围。

该波束优化问题可以转化为二阶锥规划问题,采用 CVX 凸优化工具箱^[8]可以便利地求解权向量 $\boldsymbol{\omega}$ 。

2 仿真实例

2.1 均匀加权的仿真波束方向图

设天线阵列为二维正方形平面阵,阵元数为 16×16 ,各阵元等间距排布,阵元间距为半波长。常规波束形成方法采用均匀加权方式,即每个阵元权系数相等。此时相控阵天线阵列法线波束响应,即当阵列流形向量为 $\mathbf{a}(0,0)$ 时的阵面波束三维方向图如图 1 所示。

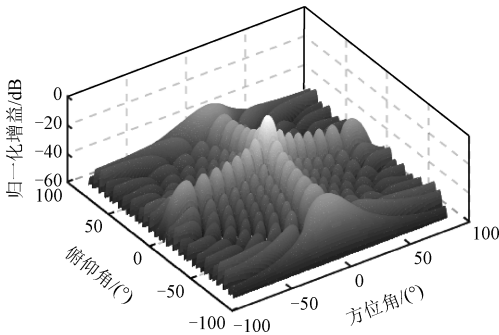


图 1 均匀加权的阵面波束三维方向图

由图 1 的仿真结果可知,均匀加权得到的阵面波束方向图的旁瓣电平较高。为提升雷达抗杂波、抗干扰性能,需在旁瓣电平零陷约束条件下,求解使主瓣响应误差最小的阵元权系数。

2.2 主瓣响应误差最小的波束优化仿真实例

在指定旁瓣电平和稳健性约束条件下,求解主瓣响应误差最小的阵元权系数。

采用最大旁瓣电平约束准则设置旁瓣电平约束。旁瓣区域 1,2 的角度空间 $\Theta_{SL1}, \Theta_{SL2}$ 可表示为

$$\begin{cases} \Theta_{SL1} = \{ \|(\theta, \phi)\|_2 \geq 10 \} \\ \Theta_{SL2} = \{ \|(\theta, \phi)\|_2 \geq 35 \} \cap \{ \|(\theta, \phi)\|_2 \leq 55 \} \end{cases} \quad (4)$$

设置旁瓣区域 1,2 的电平抑制分别优于 $-30, -60$ dB,最大旁瓣电平约束 $\| \mathbf{p}(\theta, \phi) \|_\infty$ 可表示为

$$\begin{cases} \| \mathbf{p}(\theta, \phi) \|_\infty \leq 10^{(-30/20)}, (\theta, \phi) \in \Theta_{SL1} \\ \| \mathbf{p}(\theta, \phi) \|_\infty \leq 10^{(-60/20)}, (\theta, \phi) \in \Theta_{SL2} \end{cases} \quad (5)$$

设置波束形成器稳健性约束值 $\mu_3 = 0.06$ 。在主瓣波束内,采用最小均方准则逼近期望波束。均匀加权的阵面波束方向图即为期望波束方向图,如图 1 所示,方向图的主瓣波束宽度为 6° ,即 $\Theta_{ML} = \{ \|(\theta, \phi)\|_2 \leq 6 \}$ 。

优化目标为 $\min_{\boldsymbol{\omega}} \mu_1$,即求解主瓣响应误差最小的阵元权系数。运用 CVX 凸优化工具箱求解,主瓣响应误差最小的阵元权系数曲线如图 2 所示。

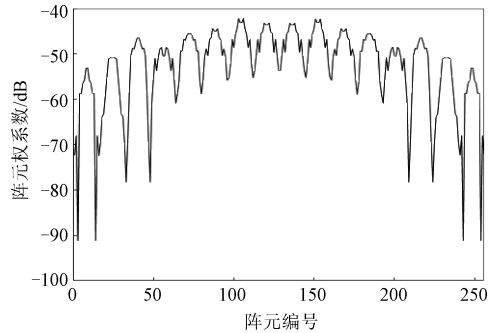
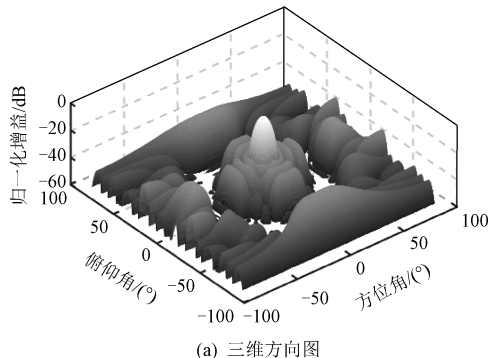


图 2 主瓣响应误差最小的阵元权系数曲线

采用图 2 所示权系数进行波束形成,得到的主瓣响应误差最小的优化波束方向图如图 3 所示。与图 1 相比,优化后波束的旁瓣电平抑制性能得到明显改善,旁瓣区域 1,2 的旁瓣电平抑制接近 $-30, -60$ dB,与预设的约束条件基本相符。



(a) 三维方向图

图 3 主瓣响应误差最小的优化波束方向图

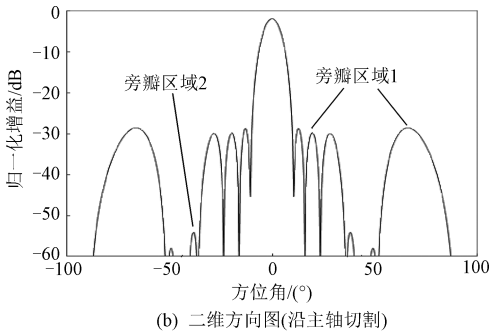


图 3 主瓣响应误差最小的优化波束方向图(续)

由图 2 可以看出,采用最大旁瓣电平约束和波束形成器的稳健性约束,权系数的幅度动态范围达 50 dB,这在目前的 TR 组件中难以实现。对权系数进行 25 dB 限幅处理,即当权系数小于 -67 dB 时均按 -67 dB 赋值。限幅处理后主瓣响应误差最小的阵元权系数曲线如图 4 所示。

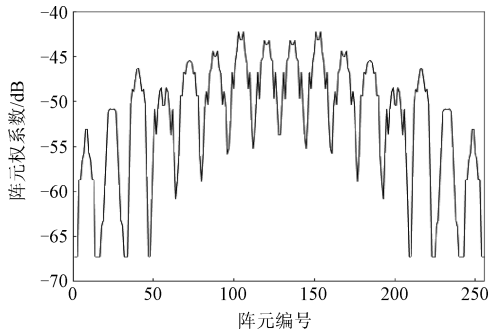


图 4 限幅处理后主瓣响应误差最小的阵元权系数曲线

采用图 4 所示的限幅处理后的权系数进行波束形成,权系数限幅处理后主瓣响应误差最小的优化波束方向图如图 5 所示。

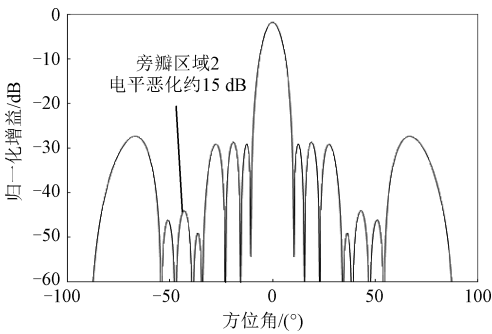


图 5 权系数限幅处理后主瓣响应误差最小的优化波束方向图

由图 5 可以看出,经权系数限幅处理后,在偏离波束法线方向 $35^\circ \sim 55^\circ$ 角度区域内,旁瓣电平抑制性能恶化了约 15 dB,与期望值差距较大。

采用式(3)所示的权系数幅度动态约束代替权系数下限约束的限幅处理,设置权系数幅度的上下限约束阈值 $V_{\max} = 10^{(-42/20)}$, $V_{\min} = 10^{(-67/20)}$,用 CVX 凸优化工具箱重新解算权系数,权系数幅度动态约束下主瓣响应误差最小的阵元权系数曲线如图 6 所示。

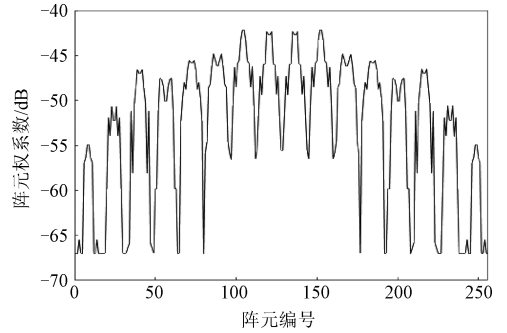
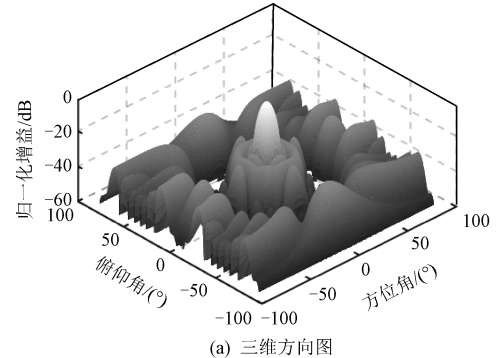
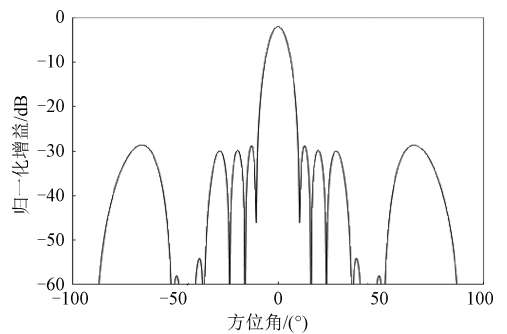


图 6 权系数幅度动态约束下主瓣响应误差最小的阵元权系数曲线

采用图 6 所示权系数进行波束形成,仿真得到权系数幅度约束下主瓣响应误差最小的优化波束方向图如图 7 所示。



(a) 三维方向图



(b) 二维方向图(沿主轴切割)

图 7 权系数幅度动态约束下主瓣响应误差最小的优化波束方向图

由图 7 可知,采用权系数幅度动态约束后,阵面轴线方向图旁瓣置零区域的电平与限幅处理前

一致,未出现旁瓣电平升高现象。这说明增加权系数幅度动态约束的措施有效。

2.3 稳健性最优的波束优化仿真实例

阵面布局及阵元数不变,在指定旁瓣电平和主瓣响应误差的约束下,求解稳健性最优的阵元权系数。

采用最大旁瓣电平约束准则设置旁瓣电平约束。旁瓣区域 1,2,3 的角度空间 $\Theta_{SL1}, \Theta_{SL2}, \Theta_{SL3}$ 可以表示为

$$\begin{cases} \Theta_{SL1} = \{ \|\theta, \phi\|_2 \geq 9\} \cap \{ \|\theta, \phi\|_2 \leq 20\} \\ \Theta_{SL2} = \{ \|\theta, \varphi\|_2 > 20\} \cap \{ \|\theta, \varphi\|_2 \leq 40\} \\ \Theta_{SL3} = \{ \|\theta, \varphi\|_2 > 40\} \end{cases} \quad (6)$$

旁瓣区域 1,2,3 的旁瓣电平抑制分别优于 $-25, -35, -50$ dB, 最大旁瓣电平约束 $\|p(\theta, \phi)\|_\infty$ 可表示为

$$\begin{cases} \|p(\theta, \phi)\|_\infty \leq 10^{(-25/20)}, (\theta, \phi) \in \Theta_{SL1} \\ \|p(\theta, \phi)\|_\infty \leq 10^{(-35/20)}, (\theta, \phi) \in \Theta_{SL2} \\ \|p(\theta, \phi)\|_\infty \leq 10^{(-50/20)}, (\theta, \phi) \in \Theta_{SL3} \end{cases} \quad (7)$$

主瓣约束条件为 $\omega^H a(0,0) = 1$ 。优化目标为 $\min_{\omega} \mu_3$, 即在指定主瓣响应误差、最大旁瓣电平的约束下,使求解得到的权系数范数最小,等价于求解稳健性最优的阵元权系数。稳健性最优的阵元权系数曲线如图 8 所示,图中权系数幅度动态范围接近 35 dB。

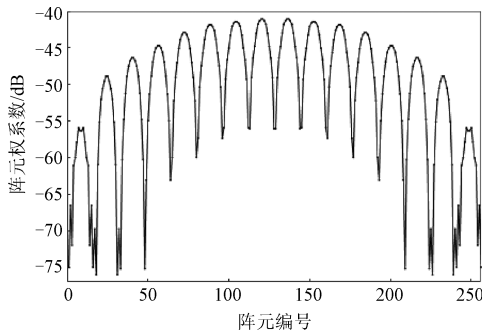


图 8 稳健性最优的阵元权系数曲线

对图 8 所示权系数直接做限幅处理,限幅处理后稳健性最优的阵元权系数曲线如图 9 所示。

采用式(3)所示的权系数幅度动态约束代替权系数限幅处理方式,设置权系数幅度的上下限约束阈值 $V_{max} = 10^{(-41/20)}, V_{min} = 10^{(-66/20)}$, 采用 CVX 凸优化工具箱重新解算权系数,在权系数幅

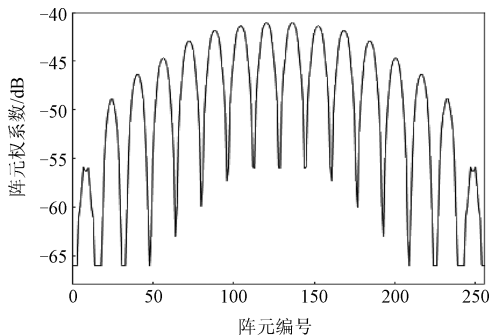


图 9 限幅处理后稳健性最优的阵元权系数曲线

度动态约束下稳健性最优的阵元权系数曲线如图 10 所示。

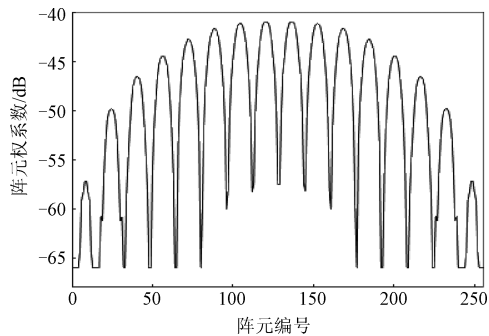


图 10 权系数幅度动态约束下稳健性最优的阵元权系数曲线

为便于对比采用不同权系数优化的波束方向图,分别采用图 8~图 10 所示的权系数进行波束形成,三种权系数下波束方向图的旁瓣电平对比如图 11 所示。

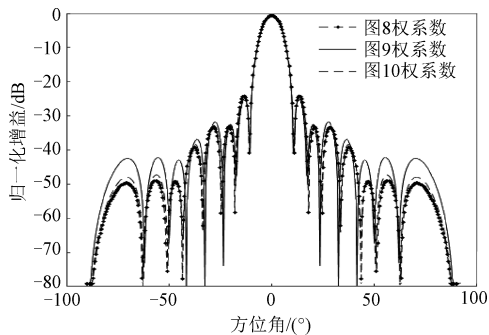


图 11 三种权系数下波束方向图的旁瓣电平对比

由图 11 可知:采用图 8 和图 10 所示的权系数形成的波束,其旁瓣电平抑制性能更优,且图 10 所示权系数幅度动态范围限制在 25 dB 以内,更有利于工程实现。