

文章编号: 1671-0576(2025)02-0023-07

# 一种面向在轨服务应用的 GEO 卫星自主 精确抵近策略

於周晴<sup>1</sup>, 訾彦勇<sup>2</sup>, 黄业平<sup>1</sup>, 仲惟超<sup>1</sup>, 郑艺裕<sup>1</sup>

(1. 上海卫星工程研究所, 上海 201108;

2. 中国空间技术研究院钱学森空间技术实验室, 北京 100094)

**摘要:** 针对地球静止轨道(geostationary earth orbit, GEO)卫星在轨服务应用中的目标抵近问题, 提出了一种多次自主精确抵近策略。首先推导了基于多次兰伯特(Lambert)轨道修正的粗对准大范围目标抵近模型, 然后建立了基于线性二次型高斯(linear quadratic Gaussian, LQG)控制的精确目标抵近模型, 最后对典型任务场景下的自主精确抵近策略进行了仿真。仿真结果表明, 采用所提策略可实现的位置跟踪精度优于 50 m, 速度跟踪精度优于 0.02 m/s, 保证了 GEO 卫星对目标的抵近精度。该策略具有较高的工程参考价值。

**关键词:** 地球静止轨道卫星; 目标抵近; Lambert 轨道修正; 线性二次型高斯控制

**中图分类号:** V11

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1671-0576.2025.02.005

## Autonomous Precision Rendezvous Strategy for GEO Satellites in On-orbit Servicing Applications

YU Zhouqing<sup>1</sup>, ZI Yanyong<sup>2</sup>, HUANG Yeping<sup>1</sup>, ZHONG Weichao<sup>1</sup>, ZHENG Yiyu<sup>1</sup>

(1. Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201108, China;

2. Qian Xuesen Space Technology Laboratory of the China Academy of  
Space Technology, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of target rendezvous for geostationary earth orbit (GEO) satellite in on-orbit servicing applications, a multi-phase autonomous precision rendezvous strategy was proposed. Firstly, a multi-phase Lambert orbit correction model to finish coarse and wide-range approaching was derived; secondly, a fine target rendezvous model based on linear quadratic Gaussian (LQG) control was established; finally, a typical mission scenario was established and the simulation of autonomous precision rendezvous strategy was carried out. The simulation results show that the proposed strategy achieves a position tracking accuracy of less than 50 m and a velocity tracking accuracy below 0.02 m/s, ensuring the precision requirements for GEO satellite rendezvous. The proposed

strategy has high engineering relevance.

**Key words:** geostationary earth orbit (GEO) satellite; target rendezvous; Lambert orbit correction; linear quadratic Gaussian (LQG) control

## 0 引言

近年来,随着各国卫星发射数量日益增多,空间服务任务需求不断增大,卫星在轨服务应用系统亟待发展。目标抵近是卫星在轨服务应用的重要功能之一,需通过多次变轨调整服务卫星的轨道高度、轨道倾角及在轨相位等来实现。地球静止轨道(geostationary earth orbit, GEO)卫星的目标抵近常使用调相转移的方式完成,用时较长,一般为轨道周期的整倍数<sup>[1]</sup>。若要实现 GEO 卫星轨道高度、轨道倾角的调整,一般可使用霍曼(Hohmann)转移和兰伯特(Lambert)转移进行轨道的快速求解。前者更适用于在相同轨道面内的卫星,后者则可适用于卫星在任何地点、任何时间的轨道调整。卫星在在轨实际应用中,受各种摄动力以及推力误差等因素的影响,导致卫星在抵近目标过程中往往会产生较大的末端位置偏差,难以满足目标抵近的位置与速度精度要求。

目前已有大量文献对基于新的优化理论和算法的精确目标抵近方法进行了研究,如机器学习、蚁群算法、粒子群算法<sup>[2]</sup>等。文献[3]提出了一种基于机器学习的在轨实时机动决策方法,先基于神经网络对摄动引起的复杂规律进行训练学习,再和 Lambert 转移求解相结合,该决策方法兼顾了轨道机动的高精度与实时性。文献[4]设计了地球同步轨道下的 Hohmann-Lambert 四脉冲机动模型,该模型兼有 Hohmann 转移燃料消耗小和 Lambert 转移灵活机动的特点。文献[5]基于 Lambert 边值求解的初值范围,结合高斯伪谱法和有限差分法,构建了燃料最优目标函数,进行了燃料最优的轨道机动解算。文献[6]提出了一种三步串行的混合智能优化算法,基于非线性摄动约束,结合粒子群算法和序列二次规划算法得到精确解。文献[7]采用遗传算法求解双脉冲最优交会问题,并证明了遗传算法的有效性。

本文结合卫星应用需求,提出由粗到精的 GEO 卫星多次自主抵近策略。先以目标轨道和转移时间为约束,提出基于多次 Lambert 轨道修正的粗对准大范围目标抵近策略,再基于线性二次型高斯(linear quadratic Gaussian, LQG)控制理论提出精确目标抵近策略,并进行仿真测试。

## 1 基于多次 Lambert 轨道修正的粗对准大范围目标抵近

### 1.1 一次 Lambert 变轨算法

GEO 卫星根据地面上注的初始轨道参数、目标轨道参数与转移时间进行自主目标抵近。首先基于一次 Lambert 转移进行目标抵近的解算。Lambert 定理描述了非共面椭圆轨道上任意两个位置坐标与转移时间的关系。根据任务需求给定初始位置、目标位置和转移时间,以确定卫星的转移轨迹。在二体运动下,一次 Lambert 轨道转移示意图如图 1 所示。图中: $r_1, r_2$  为卫星初始位置  $P_1$  和目标位置  $P_2$  相对于地心  $C$  的位置矢量; $\Delta t$  为转移时间; $v_1, v_2$  为卫星在初始轨道和目标轨道上的速度矢量; $v'_1, v'_2$  为卫星在转移轨道的初始位置处和目标位置处的速度矢量; $\Delta v_1, \Delta v_2$  为两次变轨所需的速度矢量增量; $c$  为初始位置和目标位置间的弦长; $\theta$  为矢量  $r_1, r_2$  间的夹角。

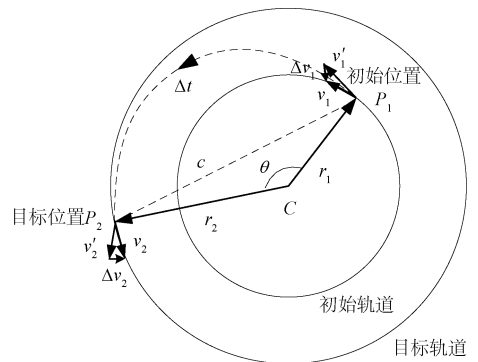


图 1 一次 Lambert 轨道转移示意图

根据图 1, Lambert 定理的数学表达式为

$$\sqrt{\mu} \Delta t = F(a, \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, c) \quad (1)$$

式中:  $\mu$  为引力系数;  $F(\cdot)$  为与轨道几何参数相关的函数;  $a$  为 Lambert 转移轨道半长径。已知卫星初始位置矢量  $\mathbf{r}_1$  和目标位置矢量  $\mathbf{r}_2$ , 通过设置转移时间  $\Delta t$ , 可进行 Lambert 问题求解。

以  $m$  为迭代变量, 构建的 Lambert 时间方程<sup>[8]</sup>为

$$\sqrt{\mu} \Delta t = \chi^3 S(m) + A \sqrt{y(m)} \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} \chi = \sqrt{y(m)/C(m)} \\ y(m) = r_1 + r_2 + A(mS(m) - 1) / \sqrt{C(m)} \\ A = \sqrt{r_1 r_2} \sin \theta / \sqrt{1 - \cos \theta} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\chi$  为全局近点角;  $A$  为常数;  $y(m)$  为定义的中间变量;  $S(m), C(m)$  为 Stumpff 函数;  $r_1, r_2$  为卫星初始位置  $P_1$  和目标位置  $P_2$  与地心  $C$  间的距离。  $S(m), C(m)$  的表达式为

$$\begin{cases} S(m) = \sum_{i=0}^{\infty} (-m)^i / (2i + 2)! \\ C(m) = \sum_{i=0}^{\infty} (-m)^2 / (2i + 3)! \end{cases} \quad (4)$$

根据式(2)构建的关于  $m$  的函数表达式为

$$G(m) = (\sqrt{y(m)/C(m)})^3 S(m) + A \sqrt{y(m)} - \sqrt{\mu} \Delta t \quad (5)$$

给定转移时间  $\Delta t$ , 根据式(5), 利用牛顿迭代法即可求解  $m$ 。

拉格朗日系数  $f, g$  及其导数  $\dot{f}, \dot{g}$  可以用全局近点角  $\chi$  和迭代变量  $m$  表示为

$$\begin{cases} f = 1 - \chi^2 C(m) / r_1 \\ g = \Delta t - \chi^3 S(m) / \sqrt{\mu} \\ \dot{f} = \sqrt{\mu} \chi (mS(m) - 1) / (r_1 r_2) \\ \dot{g} = 1 - \chi^2 C(m) / r_2 \end{cases} \quad (6)$$

则卫星在初始位置  $P_1$  和目标位置  $P_2$  处的速度矢量可由拉格朗日系数及其导数表示为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = (\mathbf{r}_2 - f \mathbf{r}_1) / g \\ \mathbf{v}_2 = (\dot{g} \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) / g \\ f \dot{g} - \dot{f} g = 1 \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)及卫星轨道转移前后的速度, 可得两次变轨的速度矢量增量  $\Delta \mathbf{v}_1, \Delta \mathbf{v}_2$ 。考虑 J2 摄动力, 则 Lambert 变轨的算法流程图<sup>[9]</sup>如图 2 所示。

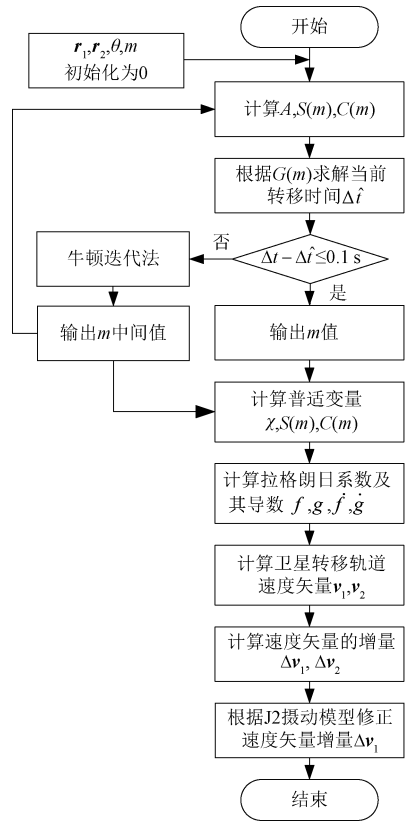


图 2 Lambert 变轨的算法流程图

### 1.2 基于多次 Lambert 轨道修正的目标抵近

基于一次 Lambert 变轨的大范围目标抵近可实现 GEO 卫星对目标的第一步抵近。但在轨道转移过程中, 受空间摄动力模型不准确等因素影响, 实际转移轨道与预期转移轨道不完全相符, 导致目标抵近的位置精度较差。为提高控制精度, 在卫星飞行过程中可以根据实际控制效果进行多次轨道修正。基于多次 Lambert 轨道修正, 粗对准大范围目标抵近示意图如图 3 所示。在图 3 中, 卫星从初始位置转移至目标位置共经历了  $N$  次 Lambert 轨道修正, 每次修正间隔时间为  $dt$ , 其中  $T_{\text{last}}$  为最后一次 Lambert 变轨所需要的时间。

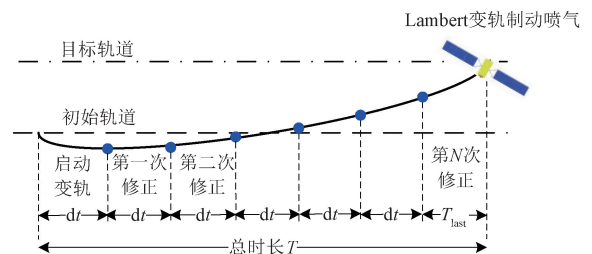


图 3 粗对准大范围目标抵近示意图

在目标轨道和转移时间确定的情况下,进行多次 Lambert 轨道修正需要知道 GEO 卫星的位置信息。若 GEO 卫星的定位定轨位置估计准确,可得到较准确的 Lambert 变轨策略。全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)具有较高的定位定轨精度,在星载 GNSS 接收机可用时,GEO 卫星的位置精度较高,其位置信息可用于转移过程的轨道修正。然而,因 GEO 卫星的轨道高度较高,只能接收来自地球对面的导航卫星的信号进行定位。一方面,导航卫星信号易被地球遮挡,这会导致可见星数较少或几何精度衰减因子(geometric dilution of precision, GDOP)不理想;另一方面,GEO 卫星与导航卫星相对运动速度引起的多普勒频移易导致 GNSS 接收机的载波捕获跟踪失败。因此,GEO 卫星的 GNSS 导航信号可用时机较少。在实际使用时,可结合 GNSS 定位数据、星上轨道递推数据以及地面定轨数据等进行目标精确定位,进而进行抵近过程中的 Lambert 轨道修正。

## 2 基于 LQG 控制的精确目标抵近

在经过基于多次 Lambert 轨道修正的大范围目标抵近后,GEO 卫星完成对目标的粗抵近,可进行下一步精确目标抵近。为实现 GEO 卫星对目标的精确抵近,本文提出一种基于 LQG 控制的精确目标抵近方法。

$$\Phi = \begin{bmatrix} 4 - 3\cos \omega T & 0 & 0 & (\sin \omega T)/\omega & 2(1 - \cos \omega T)/\omega & 0 \\ 6(\sin \omega T - \omega T) & 1 & 0 & 2(\cos \omega T - 1)/\omega & [(4\sin \omega T)/\omega] - 3T & 0 \\ 0 & 0 & \cos \omega T & 0 & 0 & (\sin \omega T)/\omega \\ 3\sin \omega T & 0 & 0 & \cos \omega T & 2\sin \omega T & 0 \\ 6(\cos \omega T - 1)\omega & 0 & 0 & -2\sin \omega T & 4\cos \omega T - 3 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega \sin \omega T & 0 & 0 & \cos \omega T \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} (1 - \cos \omega T)/\omega^2 & 2(\omega T - \sin \omega T)/\omega^2 & 0 \\ 2(\sin \omega T - \omega T)/\omega^2 & [4(1 - \cos \omega T)/\omega^2] - 3T^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \cos \omega T)/\omega^2 \\ \sin \omega T/\omega & 2(1 - \cos \omega T)/\omega & 0 \\ 2(\cos \omega T - 1)/\omega & (4\sin \omega T - 3\omega T)/\omega & 0 \\ 0 & 0 & (\sin \omega T)/\omega \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: $\Phi$  为状态转移矩阵; $\Gamma$  为控制矩阵; $\mathbf{Y}$  为观测向量; $\mathbf{C}$  为观测矩阵; $\mathbf{D}$  为传递矩阵; $T$  为采样

### 2.1 精确抵近动力学模型

在实际飞行过程中,由于受到各类摄动力影响,卫星不会完全按照规划轨道运行。若控制卫星按照规划轨道做实时高精度转移,则对卫星姿轨控系统、推进系统等都提出了极高要求,这种方式工程上并不适用。在大范围抵近完成后,仍然存在一定的目标抵近误差,因此需进行精确目标抵近。

在目标轨道坐标系下,基于 C-W(Clohessy-Wiltshire)方程<sup>[10]</sup>建立精确目标抵近的 LQG 动力学方程组,即

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y} - 3\omega^2 x = u_x \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x} = u_y \\ \ddot{z} + \omega^2 z = u_z \end{cases} \quad (8)$$

式中: $x, y, z$  为卫星在目标轨道坐标系下的位置坐标; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  为卫星的速度; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  为卫星的加速度; $\omega$  为目标的轨道角速度; $u_x, u_y, u_z$  为卫星相对目标的加速度,在抵近过程中为对卫星产生的控制加速度。

设  $\mathbf{X} = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$  为卫星的状态向量( $T$  为矩阵转置运算符), $\mathbf{U} = (u_x, u_y, u_z)$  为卫星在目标轨道坐标系下的加速度控制向量,则  $k$  时刻的离散化系统状态空间方程为

$$\mathbf{X}(k+1) = \Phi \mathbf{X}(k) + \Gamma \mathbf{U}(k) \quad (9)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{X}(k) + \mathbf{D} \mathbf{U}(k) \quad (10)$$

其中

周期。

## 2.2 控制律设计

在精确抵近过程中要求 GEO 卫星与目标间的相对距离逐渐趋于 0, 控制系统达到稳定。考虑抵近状态与燃料消耗, 设置目标函数

$$J = E\left(\sum_{k=1}^{\infty} [\mathbf{X}^T(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{U}^T(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{U}(k)]\right) \quad (13)$$

式中:  $E(\cdot)$  为均值函数;  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$  分别为半正定的状态变量加权矩阵和正定的控制变量加权矩阵, 其值由工程实际决定。根据 LQG 控制理论, 控制律

$$\mathbf{U}(k) = -\mathbf{K}(k)\hat{\mathbf{X}}(k) \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}(k) = \\ \hat{\mathbf{X}}(k-1) + \mathbf{L}(k)(\mathbf{Y}(k) - \mathbf{C}(k)\hat{\mathbf{X}}(k-1)) \\ \mathbf{K}(k) = (\mathbf{R} + \mathbf{F}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{F} \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为状态反馈增益矩阵;  $\hat{\mathbf{X}}$  为 Kalman 滤波估计矩阵;  $\mathbf{L}$  为 Kalman 滤波增益矩阵;  $\mathbf{P}$  为正定常数矩阵, 可由黎卡提矩阵代数方程<sup>[11]</sup>得到;  $(\cdot)^{-1}$  表示矩阵求逆运算。将目标轨道坐标系下的加速度控制向量转换到卫星本体坐标系下, 则卫星本体坐标系下的加速度控制向量

$$\mathbf{U}_s(k) = (\mathbf{C}_s(k))^T\mathbf{U}(k) \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{C}_s$  为目标轨道坐标系到 GEO 卫星本体坐标系的转换矩阵。

## 3 实验与仿真

### 3.1 粗对准大范围目标抵近算法仿真验证

GEO 卫星目标抵近仿真场景参数见表 1。

表 1 GEO 卫星仿真场景参数

序号	轨道参数	初始轨道	目标轨道 1	目标轨道 2
1	半长轴/( $10^3$ km)	42	40	40
2	偏心率	0	0	0
3	倾角/( $^\circ$ )	0	0	0
4	升交点赤经/( $^\circ$ )	0	0	0
5	近地点角/( $^\circ$ )	0	0	0
6	真近地点角/( $^\circ$ )	0	20	-20

基于多次 Lambert 轨道修正的粗对准大范围目标抵近算法的速度增量与输入的转移时间相关。以速度增量最小为目标, 确定最优转移时间。在不同转移时间输入下, Lambert 轨道修正计算结果如表 2 所示, 不同目标轨道下的速度增量与转移时间的关系曲线如图 4 所示。

表 2 Lambert 轨道修正计算结果

转移需求	转移时间/h	转移圈数	速度增量/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )
目标轨道 1	12	0	3 561.0
	14	1	1 105.4
	16	1	699.9
	18	1	509.6
	20	1	422.4
	21	1	405.6
	22	1	401.6
	23	1	407.1
	24	1	419.0
	26	1	453.8
目标轨道 2	12	0	782.9
	14	0	578.4
	16	0	459.6
	18	0	407.7
	19	0	401.0
	20	0	403.6
	21	0	413.0
	22	0	427.1
	24	0	463.1
	26	0	503.4

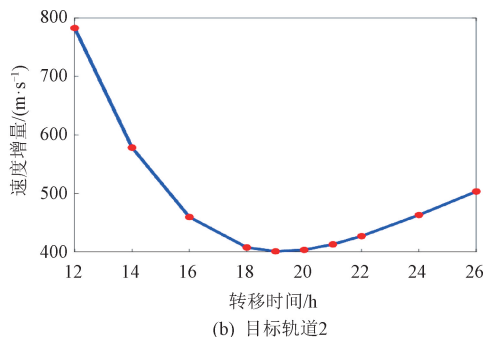
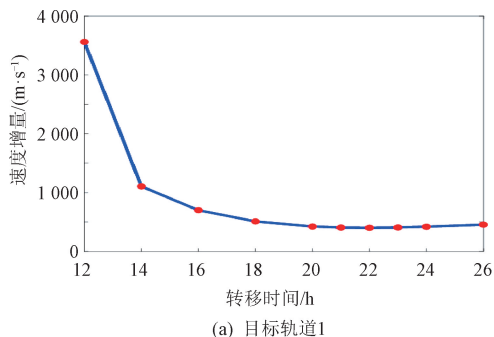
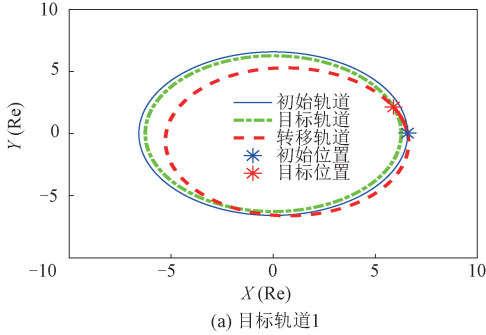


图 4 不同目标轨道下的速度增量与转移时间的关系曲线

由表 2 及图 4 可知:当转移时间为 12~26 h 时,对于目标轨道 1,最优转移时间为 22 h,最优速度增量为 401.6 m/s;对于目标轨道 2,最优转移时间为 19 h,最优速度增量为 401.0 m/s。



确定最优转移时间,进行多次 Lambert 轨道修正,则不同目标轨道下的 GEO 卫星在 XY 面上的运动轨迹仿真结果如图 5 所示。

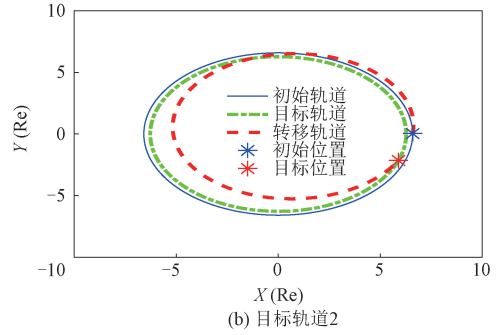


图 5 不同目标轨道下的 GEO 卫星在 XY 面上的运动轨迹仿真结果

由图 5 可知,当目标位置在初始位置的前方时,最优转移圈数为 1 圈;当目标位置在初始位置的后方时,最优转移圈数不到 1 圈。

当 GEO 卫星向目标轨道 1 转移时,设置 GEO 卫星的飞行时间为最优转移时间 22 h,在飞行 20 h 后进行首次 Lambert 轨道修正。修正前后末端轨迹如图 6 所示,末端抵近位置精度对比如表 3 所示。

仿真结果表明,修正后的速度增量为 3.6 m/s,修正后的末端抵近位置精度较修正前的提高了 64.8%。

综上所述,基于多次 Lambert 轨道修正的大范围目标抵近可满足 GEO 卫星的多种变轨需求,且在不同任务场景下,均存在使速度增量最小的最优转移时间,从而节省推进燃料。在 GEO 卫星转移飞行过程中,使用 Lambert 轨道修正能够以小脉冲速度增量有效提升卫星轨道转移的末端抵近精度。

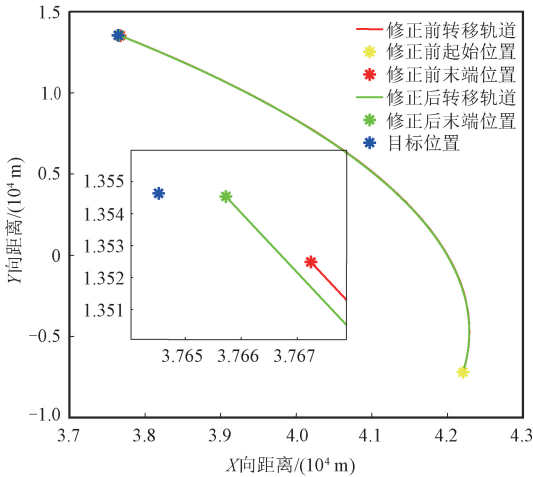


图 6 修正前后的运动轨迹对比仿真图

### 3.2 精确目标抵近算法仿真验证

在多次 Lambert 轨道修正的基础上,进行基于 LQG 控制的精确目标抵近算法仿真验证。在多次大范围目标抵近后,GEO 卫星在目标轨道坐标系的坐标为(11.90 km,0.63 km,-0.08 km),使用 LQG 控制器进行目标的精确抵近,相对运动轨迹、相对距离、相对速度、等效推力以及速度增量的仿真曲线如图 7 所示。

表 3 修正前后末端抵近位置精度对比

轨道修正	末端抵近位置精度/km			
	X 向	Y 向	Z 向	三轴
修正前(一次变轨)	27.02	20.26	-3.28	33.90
修正后(两次变轨)	11.90	0.63	-0.08	11.92

由图 7(a)~图 7(d)可知,基于 LQG 控制完成精确目标抵近后,GEO 卫星和目标间的相对距离和相对速度逐渐趋于 0,位置跟踪精度优于 50 m,速度跟踪精度优于 0.02 m/s,实现了 GEO 卫星大范围粗抵近后的高精度抵近。图 7(e)~图 7(f)的轨控喷气等效推力和速度增量曲线反映了控制量的变化。在高精度控制下,随着推力的累积,控制系统收敛并稳定,GEO 卫星完成自主精确抵近。

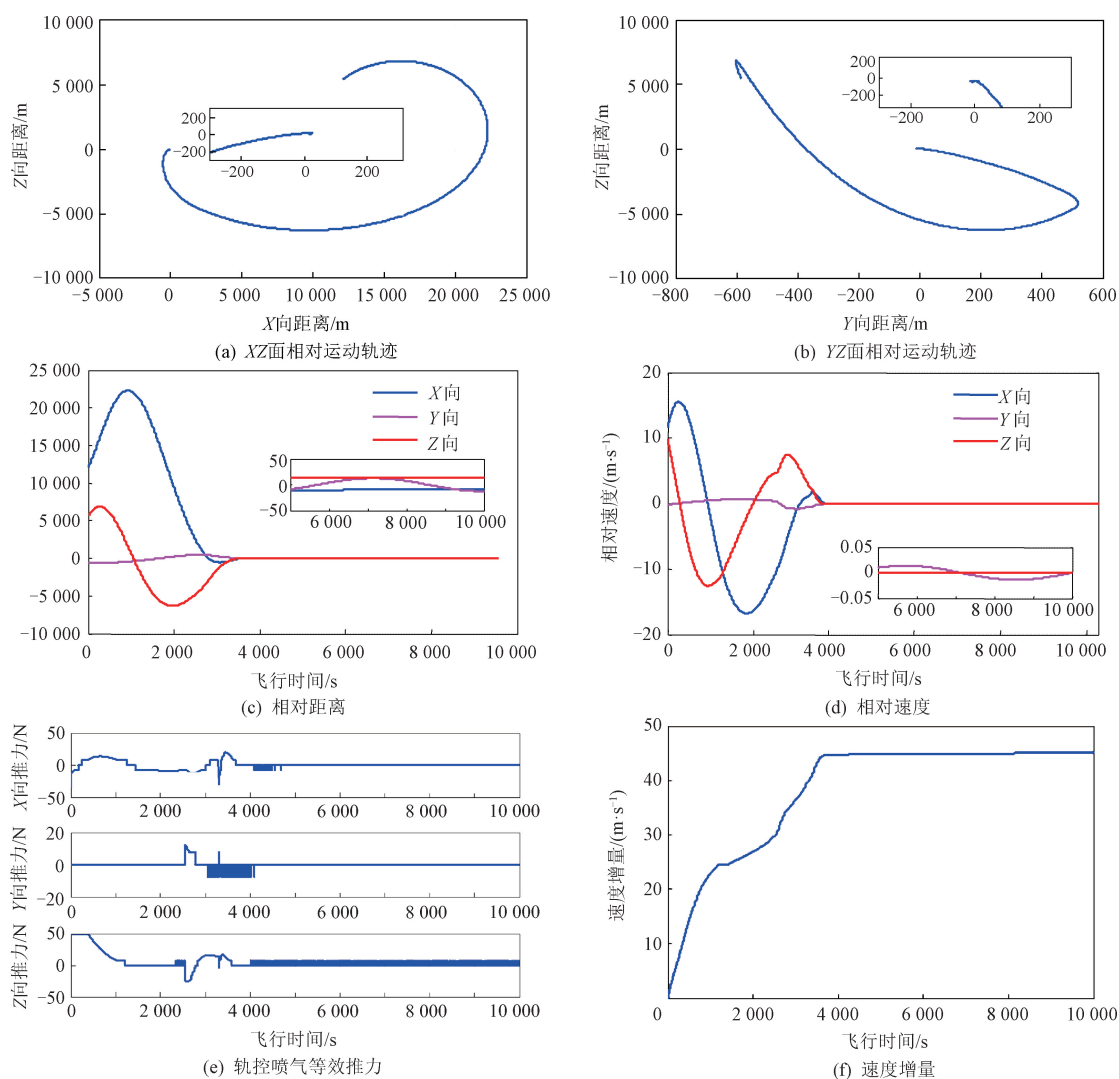


图 7 基于 LQG 控制的精确抵近仿真

## 4 结论

GEO 卫星的自主精确目标抵近在空间活动中具有重要意义,可用于卫星在轨救援、空间转移交会、在轨观测与监视等。本文采用基于多次 Lambert 轨道修正的大范围抵近和基于 LQG 控制的精确抵近相结合的多次自主精确目标抵近策略,实现了 GEO 卫星的最优转移轨道规划。仿真结果表明,本文所提策略实现的位置跟踪精度优于 50 m、速度跟踪精度优于 0.02 m/s。本文研究结果对卫星的自主轨道转移与控制具有工程参考价值。

## 参考文献

- [1] 刁华飞,尚晓龙,王培,等.高轨卫星远程抵近轨道优化研究[J].上海航天(中英文),2022,39(2):15-23.
- [2] 解树聪,董云峰.高精度在轨实时轨道机动决策[J].北京航空航天大学学报,2021,47(7):1407-1413.
- [3] ZHONG R, XU S J. Neural-network-based terminal sliding-mode control for thrust regulation of a tethered space-tug[J]. *Astrodynamics*, 2018, 2(2): 175-185.
- [4] 蔡亚星,王兴龙,朱阅詠. GEO 在轨服务任务建模与强化学习服务序列规划[J]. *空间控制技术与应用*, 2022, 48(3): 39-48.